NÉDA ZOLTÁN–BODA SZILÁRD–KÁPTALAN ERNA

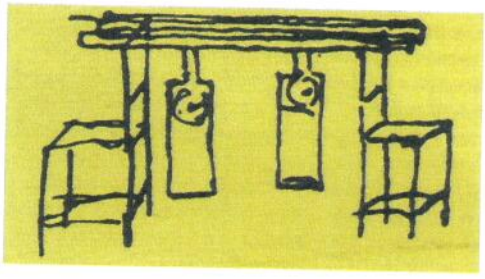
Rend a rendezetlenségből – játék metronómokkal

Huygens ingaóráinak furcsa szimpátiája

Christian Huygens, a XVII. századi fizika egyik hőse, ingaórák készítésével és fejlesztésével is foglalkozott. Az akkori hajózás egyik nagy problémája volt, hogy a hosszú tengeri utakra alkalmas stabil és megbízható óraművet fejlesszenek ki. Az ingaórák korában ez igen nehéz feladatnak tűnt, mivel a hajókra szerelhető ingaórák mozgását könnyen leállíthatta az erősen hullámzó tenger. Megoldásként az a javaslat született, hogy két hasonló ingaórát helyezzenek egy dobozba, közös felfüggesztéssel. Huygens felfigyelt arra, hogy ilyen esetben a két ingaóra mozgása egymáshoz igazodik, a két inga egymással ellentétes kilengéssel (félperiodusnyi kitéréssel) mozogva. Ez az időben konstans, ellentétes irányú kilengés hasznosnak bizonyult ahhoz, hogy a két óra stabil rendszert alkothasson. A hajó mozgása az egyik ingaóra lengését csökkenthette, de ez a hatás ugyanakkor a másik ingának a lengését növelte és ilyen módon elkerülhetővé vált az, hogy a két óra egyszerre álljon le. Huygens ezt a jelenséget a két óra egymáshoz viszonyított „furcsa szimpátiájának" nevezte, manapság meg spontán szinkronizáció néven ismert. Azért nevezzük a jelenséget spontán szinkronizációnak, mert a két rendszer hosszú távú együttes mozgása nem egy külső kényszer hatására jön létre és marad meg, hanem spontán módon egy külső karmester irányítása nélkül alakul ki. Órakészítő lévén Huygens tudta, hogy lehetetlen két órát úgy beállítani, hogy tökéletesen azonos periódussal mozogjanak és köztük egy időben stabil fáziskülönbség maradjon meg, hiszen lehetetlen például két teljesen azonos fogaskereket vagy ingát készíteni. Ezért, nagyon helyesen, a két ingaóra ellenfázisban levő szinkronizációját a közös felfüggesztési tengelyen keresztül terjedő rezgések jelenlétével magyarázta, és a „furcsa szimpátiának" az okát a két inga kölcsönhatásának tulajdonította. Kimozdítva a rendszert ebből a dinamikus egyensúlyi állapotból, rövid időn belül a furcsa szimpátia újból kialakul.

Huygens egy ötletes kísérleti berendezést állított össze hipotézisének az igazolására. Két farudat helyezett el két szék támlája közé az **1. ábrán** látható módon, az ingaórákat pedig vagy ugyanarra a rúdra, vagy különböző rudakra helyezte. Mikor az ingaórák ugyanazon a rúdon lógtak, az ingák között kialakult a „furcsa szimpátia", mikor ellentétes rúdakra kerültek, egymástól függetlenül ütöttek, és a spontán szinkronizáció elmaradt. Megfigyeléseit néhány levélben foglalta össze, melyeket a Royal Society of Londonnak küldött el [1]. Huygens ezen eredményei indították el a – manapság is nagyon divatos – spontán szinkronizációval kapcsolatos kutatásokat [2,3].

1. ábra. Huygens eredeti rajza a két ingaórával elvégzett kísérleteiről [1]



A spontán szinkronizáció világa

Spontán szinkronizációt tapasztalhatunk sok más fizikai rendszerben is, példaként említhetjük az egymás mellé állított gyertyalángok villanásait, oszcilláló kémiai reakciókat vagy kapcsolt elektronikus rezgőköröket. Érdekes módon nemcsak fizikai oszcillátor rendszerek, hanem biológiai rendszerek is képesek spontán szinkronizációra [2]. Jól ismert jelenség például a dél-kelet ázsiai szenjtánosbogarak villanásainak a szinkronizációja. Esténként a folyók partjain csodálatos jelenségnek lehetünk tanúi, szentjánosbogarak ezrei villanak egyszerre, kirajzolva a folyók partjain levő fák körvonalait. Példaként említhetjük még a spontán módon kialakuló vastapsot is, ahol a közönség karmester irányítása nélkül hosszú ideig egyszerre tapsol, a szívbeli úgynevezett „pacemaker" sejtek összehúzódásának a szinkronizációját, az egy csoportban levő emberek lépteinek a szinkronizálását, vagy az együttélő nők menstruációs ciklusainak az egymáshoz való illeszkedését.

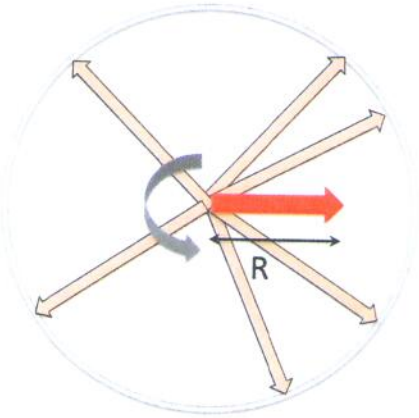
Mindezen jelenségek egy nagyon érdekes kérdést vetnek fel bennünk: mikor és milyen körülmények között tudnak nem teljesen azonos oszcilláló egyedek egy egyszerű közös ritmust kialakítani? A kérdés távolról sem triviális, hiszen a spontán szinkronizáció kialakítása csak azáltal lehetséges, ha az egyedek feladják saját, egymástól különböző ritmusukat és egy közös kollektív ritmust alakítanak ki. Világos, hogy a spontán módon (kivülálló karmester nélkül) kialakuló ritmus csak akkor jelenhet meg, ha az egyedek valamilyen módon kölcsönhatnak egymással, amit úgy fejezünk ki, hogy az oszcillátorok csatoltak. A kölcsönhatás erőssége és az egyedi oszcillátorok sajátfrekvenciáinak a különbsége határozza meg azt, hogy a rendszer egyszerű vagy komplex dinamikát mutat. (Sajátfrekvencián itt és a továbbiakban is a magára hagyott egyedi oszcillátorok rezgési frekvenciáit fogjuk érteni.) Az egyszerű dinamika keretében az oszcillátorok közti fáziskülönbségek értékei változatlanok lesznek vagy nagyon kis amplitudójú oszcillációkat mutatnak. A komplex dinamika keretében a fáziskülönbségek nagy amplitudójú és nagy periódusú változásokat vagy akár kaotikus dinamikát is produkálhatnak (részletek *Gruiz Márton* cikkében).

Rend-rendezetlenségi fázisátalakulás és a Kuramoto-modell

Fázisaik által globálisan csatolt oszcillátorrendszer szinkronizációjának az elméleti leírására *Arthur T. Winfree* dolgozott ki egy nagyon általános modellt [4]. Egy adott oszcillátorrendszer esetén

re megsejtette, hogy a szinkronizáció fázisátalakulás-szerűen, hirtelen jelenik meg, ha az egyedek közti kölcsönhatás erőssége meghalad egy kritikus értéket. A modellt később *Y. Kuramoto* és *I. Nishikava* továbbfejlesztette és analitikusan, egzaktul megoldhatóvá tette [5].

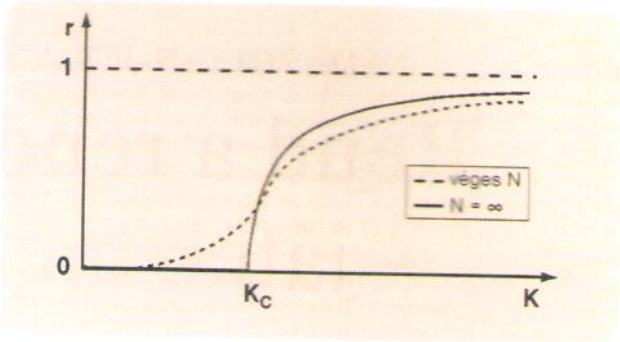
Azáltal sikerült ezt elérniük, hogy az oszcillátorok között feltételezett, fáziskülönbségtől függő kölcsönhatásnak egy megfelelő alakot választottak. Modelljük manapság a „Kuramoto-modell" néven vált ismerté, és egzakt eredményei teljes mértékben igazolják Winfree sejtéseit. Egy adott oszcillátorsokaság esetén létezik egy kritikus csatolási erősség az oszcillátorok között, amely alatt a rendszer spontán módon nem szinkronizálódik. Ha a kölcsönhatás erőssége meghaladja ezt a kritikus értéket, akkor a rendszer szinkronizálódik, és minél nagyobb az oszcillátorok közti kölcsönhatás erőssége, annál tökéletesebb szinkront kapunk.



2. ábra. A Kuramoto-féle rendparaméter értelmezése az oszcillátorok fázisaihoz rendelt forgóvektorok (fazorok) segítségével

A rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére egy rendparaméter-szerű mennyiséget használunk. A rendparamétert olyan rendszerek jellemzésére szoktuk használni, ahol rend–rendezetlenségi fázisátalakulásunk van. Általában ez egy pozitív szám, ami a rendszerben kialakuló rend mértékét jellemzi. Többféle rendparaméter is értelmezhető, azonban egy jól megválasztott rendparaméter a nemszinkronizált (rendezetlen) fázisban nulla kell legyen, a tökéletesen szinkronizált (rendezett) állapotban pedig 1. A rendparaméternek a 0 és 1 közötti értéke parciálisan szinkronizált állapotot jelöl. Egy lehetőség arra, hogy ilyen paramétert definiáljunk az, hogy minden oszcillátor fázisát egységvektorral jelöljük, úgy, hogy a vektor vízszintessel bezárt szöge az oszcillátor fázisa legyen. Ezen vektorokat „fazoroknak" nevezzük, és az oszcillátor periódusával megegyező periódussal forognak. Az oszcillátor sokaság állapotát egy közös kezdőpontból kiinduló fazorok sokasága adja meg, amint ez a **2. ábrán** látható. Ezen vektorok eredőjének (pirossal jelölt vektor) moduluszát (nagyságát, amit R-el jelöltünk), ha leosztjuk az oszcillátorok N számával és időben átlagoljuk, egy $r = \langle R \rangle / N$ rendparamétert kapunk. Könnyen belátható, hogy a R eredő vektor modulusza 0 és N között levő pozitív szám. Tökéletesen rendezetlen állapot esetén a fazorok a tér összes irányában ugyanolyan valószínűséggel mutatnak, így a rendezetlen állapotban az eredő modulusza $R = 0$ (és ennek megfelelően $r = 0$), tökéletesen rendezett (szinkronizált) állapotban meg az összes fazor ugyanabba az irányba mutat, és így $R = N$, ami alapján: $r = 1$. Az így értelmezett rendparaméter tehát minden szempontból megfelelő a rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére.

Egy végtelen sok oszcillátorból álló rendszer esetén a rendszer szinkronizációs foka (szinkronizációs rendparamétere) a kölcsönhatás erősségének a függvényében fázisátalakulás-szerűen meg-

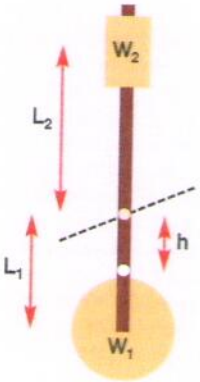


3. ábra. A Kuramoto-modellben tapasztalható fázisátalakulás végtelen sok és véges számú oszcillátorból álló rendszerre. A Kuramoto által használt r rendparaméter értékét ábrázoljuk a K csatolási erősség függvényében. K_c-vel jelöljük a kritikus csatolás értékét

ugrik a kritikus csatolás értékénél, ahogy ezt a **3. ábra** szemlélteti. Véges rendszer esetén egy „elmosódottabb" változást tapasztalunk (lásd a 3. ábrán a szaggatott vonallal rajzolt görbét). Érdekes módon a kritikus kapcsolás erőssége az oszcillátorok sajátfrekvenciáinak a szórásától függ: minél nagyobb az oszcillátorok sajátfrekvenciáinak a szórása annál nagyobb a szinkronizációhoz szükséges kritikus kapcsolás értéke.

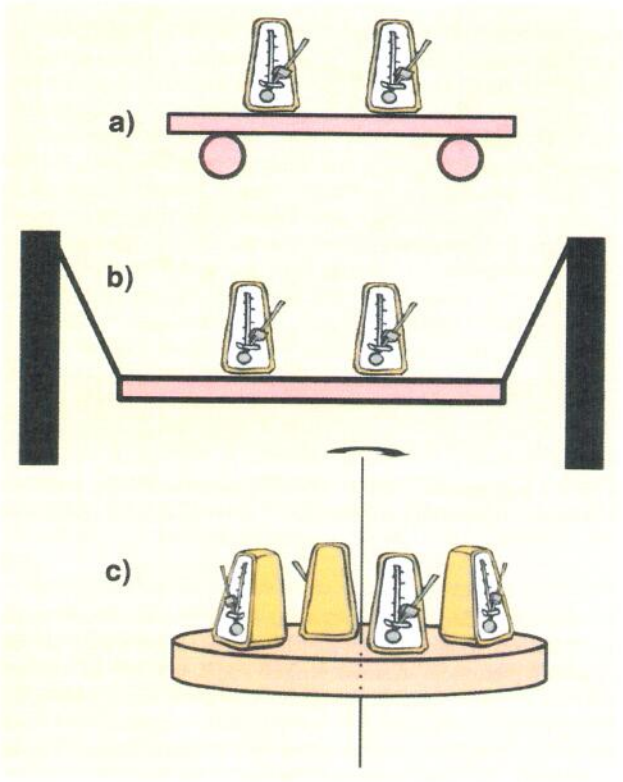
Rend és rendezetlenség metronómokkal

A Kuramoto-modellben előrejelzett érdekes fázisátalakulás-szerű jelenség, amely a komplex dinamikus állapotot elválasztja a viszonylag egyszerű szinkronizált állapottól, könnyen és tanulságosan szemléltethető metronómokkal. A Huygens által használt, és manapság nehezen beszerezhető ingaórák helyett a metronómoknak az az előnye is megvan, hogy két metronóm esetén a tapasztalt szinkronizáció nem ellenfázisban, hanem fázisban történik.



4. ábra. Egy metronóm fizikai ingájának a vázlatos rajza. A fizikai inga a világos barnával jelzett ponton átmenő vízszintes tengely körül egy függőleges síkban lenghet. A fehérrel jelzett pont a rendszer tömegközéppontja. A metronóm saját frekvenciáját az L_2 távolság változtatásával állíthatjuk

A metronómok időben konstans ritmust adó eszközök. Főleg zeneórákon vagy zene gyakorlása során használatosak. 1815-ben *Johannes Maelzel* szabványosította, és manapság zeneüzletekben könnyen és aránylag olcsón beszerezhetőek. Ideális önfentartó oszcillátor mindenféle kísérletezéshez. Fő eleme egy fizikai inga amely egy vízszintes tengely körül, függőleges síkban leng. A **4. ábrán** látható módon két test (W_1) és (W_2) van a tengelyre felfüggesztve úgy, hogy a test a rúdon csúsztatható, ami által szabályozni lehet a fizikai inga periódusidejét. Az inga rúdján jól meghatározott pozíciók vannak bejegyezve, amelyeknél a sajátfrekvenciák néhány szabvány ritmushoz nagyon közeli értéknek felelnek meg. Ezeket a frekvenciákat ütés/perc (angolul „Beat per Minutes", röviden BPM) egységekben adjuk meg. Ezen frekvenciákat a továbbiakban standard frekvenciáknak fogjuk nevezni. A kiküszöbölhetetlen csillapítások ellensúlyozására a metronómoknak egy óraműszerű hajtómechanizmusuk van, amely félperiódusonként pulzusszerű lökést ad az ingának.



5. ábra. Egyszerű kísérleti összeállítások a metronómok spontán szinkronizációjának a megfigyeléséhez: (a) a metronómokat egy falemezre rakjuk, melyet két üres sörösdobozra helyezünk, (b) a metronómokat egy falemezre rakjuk és a lemezt hídszerűen két oszlopra függesztjük, (c) a metronómokat egy könnyen forgó korong peremére helyezzük

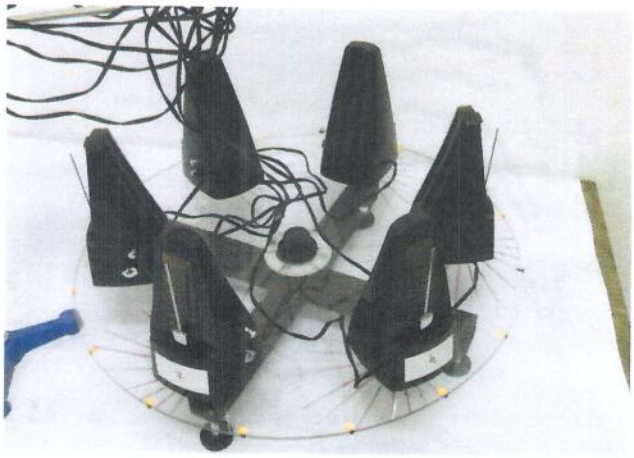
A metronómok spontán szinkronizációját bemutató kísérletet sokféle összeállításban elvégezhetjük. A legkézenfekvőbb lehetőség az, hogy a metronómokat egy deszkalapra rakjuk, melyet két üres sörösdobozra helyezünk az **5a. ábrán** szemléltetett módon. Jobb és könnyebben kontrollálható kísérleti berendezést kapunk, ha a deszkalapot hídszerűen felfüggesztjük két állványra (lásd **5b. ábra**), vagy ha deszkalap helyett egy függőleges tengely körül könnyen forgó korongot használunk és a metronómokat a korong szélén szimmetrikusan (**5c. ábra**) helyezzük el. Mindezen esetekben a deszkalapnak vagy korongnak a szabad mozgása és a metronóm óraszerkezetének pulzusszerű lökéseinek az ellenhatása biztosítja az oszcillátorok közti globális csatolást. Az itt bemutatandó eredményeket forgó korongra helyezett metronómokkal kaptuk [6].

A rendszer kollektív viselkedését (vagy ütéseit) a legegyszerűbben akusztikusan tudjuk követni, hangfelvételt készítve a rendszerről, és ezt feldolgozva [7]. Sokkal jobb lehetőség azonban az, ha a metronómokba egy fénykapus érzékelőt építünk [6], mely egy elektronikus jelet ad, valahányszor a test elhalad a fénykapu előtt. Ilyen fénykapuk olcsón beszerezhetők (például használhatók a Kingbright KTIR 0611 S alkatrészek), és könnyen beszerelhetők a metronómok dobozaiba. Kísérleteinknél a metronómok dobozainak az aljába szereltük be a fénykapukat, a **6. ábrán** látható módon. A fotocellák által adott jelek az idő függvényében egy adatgyűjtő kártyán keresztül számítógépen rögzíthetők, és utólag feldolgozhatóak. Ez utóbbi megoldás, habár komplikáltabbnak tűnik az egyszerű hangfelvételnél, azzal az előnnyel rendelkezik, hogy meg tudjuk különböztetni minden metronóm ütését, és a rendszer szinkronizációs rendparamétere könnyebben kiszámítható. Egy kis közelítéssel, a Kuramoto-modellben levő r rendparamétert is kiszámíthatjuk a rendszer szinkronizációs fokának a jellemzésére. A módszer az, hogy miután rögzítettük a metronómok ütéseit, egy konstans szögsebességet feltételezve minden periódusra, interpoláljuk a metronómok fázisait, egyszerű fazoroknak tekintve a metronómokat. Ezáltal, akárcsak a Kuramoto-modell esetén, megkapjuk minden metronóm „fázisának" az időbeli változását és az r értéke kiszámítható lesz [7].

Kísérleteinkhez 6 darab Thomann 330 márkájú metronómot használtunk (**7. ábra**). Mivel két, teljesen azonos metronóm nem létezik, ezen metronómokat, habár ugyanarra a standard frekvenciára állítjuk, valós ütési frekvenciáik valamelyest mindig különböznek. Könnyen meggyőződhetünk erről, ha két metronómot ugyanazzal a kezdőfázissal indítunk. Mikor a metronómok között nincs csatolás, rövid időn belül a két metronóm elveszti közös fázisát.

6. ábra. A metronómok dobozainak az aljába beépített fénykapu. A doboz alján látható kis U alakú berendezés, amiből a vezető drótok indulnak ki, a fénykapu. Ez előtt halad el a metronóm ingájának a W_2 tömege ami az alulról nyitott metronóm dobozban is jól látható a képen

7. ábra. A kísérletekhez használt metronómok a forgó korongon. A fényképen jól kivehetők a metronómokba szerelt fénykapus érzékelőktől jövő kábelek is. A korongra helyezett metronómok közti csatolás erőssége változtatatható azáltal, hogy elforgatjuk a metronómok ingájának a lengési síkját a korongon levő radiális irányhoz képest. A korongon látható piros vonalak 15 fokos leosztások, amelyek irányában elforgatjuk a metronómokat



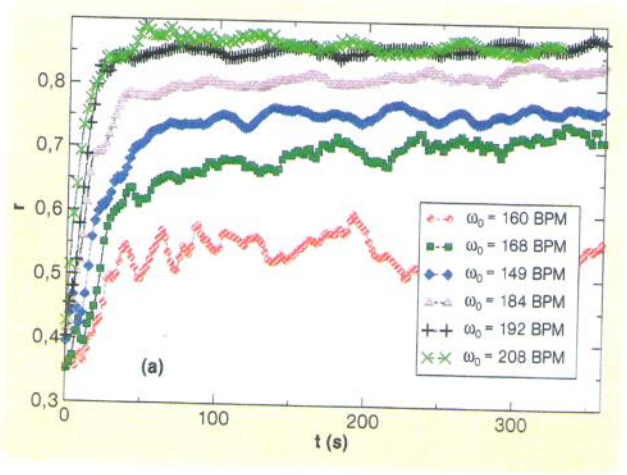
A metronómok közti csatolás erősségét többféleképpen változtathatjuk. Egy egyszerű, de közvetett lehetőség a csatolás erősségének a változtatására a metronómok standard frekvenciáinak a változtatásán keresztül valósulhat meg. Minél nagyobb frekvenciára állítjuk őket, annál erősebb csatolást biztosítunk, ugyanis egységnyi idő alatt sokkalta több csatolást megvalósító impulzusunk lesz. Egy közvetlenebb lehetőség a csatolás erősségének a változtatására az, hogy a metronómok fizikai ingáinak a lengési síkját ugyanazzal az α szöggel elforgatjuk a lemez (vagy korong) megengedett mozgási irányához képest (lásd a **7. ábrát**). Ilyen esetben az óramű ütése által adott impulzusnak csak egy adott komponense biztosítja a csatolást. Az elforgatási szög változtatásával kontrollálható a csatolás erőssége. A minimális csatolás esetén valósul meg. Ezen módszernek az előnye az, hogy a csatolás értéke nullára csökkenthető, ami a metronómok standard frekvenciáinak a változtatásával nem érhető el. Több videó is megnézhető a világhálón ezen jelenséggel kapcsolatosan [8,9].

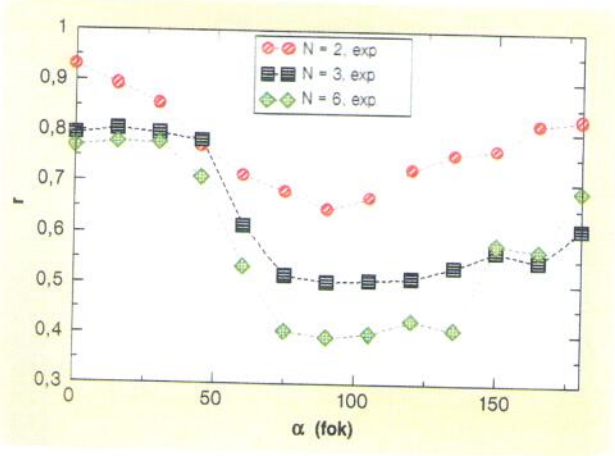
Az első kísérletsorozat keretében vizsgáljuk meg először is azt az esetet, amikor metronómokat úgy osztjuk el egyenletesen a korong peremén, hogy a fizikai ingájuk lengési síkja merőleges legyen a korongon levő radiális irányra. Ilyen esetben a csatolás erősségét a metronómok standard frekvenciáinak a segítségével szabályozzuk. A rendszert véletlenszerű kezdőállapotból kiindítva a fénykapus kísérleti berendezésünkkel időben végigkövethetjük a spontán szinkronizáció kialakulását.

A **8. ábrán** a metronómok különböző standard frekvenciaértékeire ábrázoljuk a mért szinkronizációs fokot (r rendparamétert) az idő függvényében. Látható, hogy a várakozásainknak megfelelően a standard frekvencia növelésével mind jobb és jobb szinkronizációt kapunk. Fénykapus érzékelők hiányában ezt füllel is nagyon jól végigkövethetjük. Amíg 160 BPM standard frekvencia esetén csak egy nagyon gyenge, füllel nem érzékelhető, parciális szinkron alakul ki, a 192 BPM standard frekvencián már majdnem tökéletes szinkronizációt tapasztalunk. Látható, hogy a metronómok spontán szinkronizációja aránylag gyorsan, körülbelül egy perc alatt alakul ki. A kísérlet során érdemes felfigyelnünk arra is, hogy abban az esetben mikor a metronómok szinkronizáltan ütnek, a forgó korongnak egy jól érzékelhető, rezgésszerű forgása van, nem szinkronizált esetben pedig ez a mozgás alig érzékelhető.

A metronómok platformon való elforgatásával precízebben vizsgálhatjuk a csatolás erősségének hatását a kialakuló spontán szinkronizáció mértékére. A metronómokat a 192 BPM standard

8. ábra. A metronómok különböző standard (ω_0) frekvenciaértékeire kialakuló szinkronizációs fok az idő függvényében. A metronómokat minden kísérlet esetén véletlenszerű kezdőállapotokból indítjuk

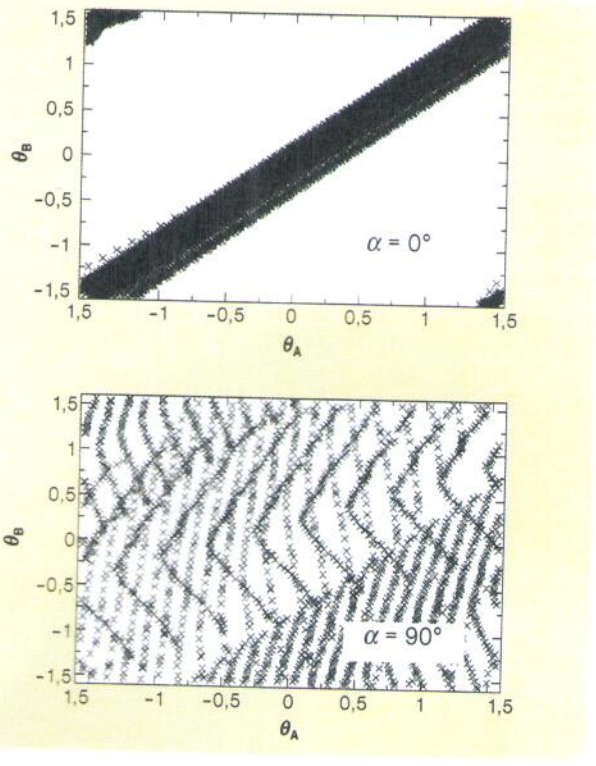




9. ábra. A korongra helyezett N = 2, 3 és 6 darab metronóm segítségével kapott átlagos szinkronizációs fok, a metronómok elforgatási szögének a függvényében

frekvenciákra állítjuk, amelyeken az előző kísérleteinknél majdnem tökéletes szinkronizációt észleltünk [8]. 15 fokos lépéssel változtatva a metronóm ingáinak lengési síkját, a **9. ábrán** bemutatott eredményeket kapjuk. A kísérletet megismételtük különböző számú metronómok esetén, N = 2, 3, illetve 6 metronómot használva. Az elforgatási szög növelésével a szinkron állapot nagyon megromlik, ha a metronómok ingájának a lengési síkja a korongon levő radiális irány közelébe mutat ($\alpha \approx 90°$) [9]. Tovább nö-

10. ábra. Két metronóm kollektív viselkedése az $\alpha = 0°$ és $\alpha = 90°$ elforgatási szögek esetén. A B metronóm θ_B fázisát (kilengését) ábrázoljuk az A metronóm θ_A fázisának a függvényében. 10 perces időintervallumra történő mérési eredmény van mindkét ábrán feldolgozva



velve az elforgatási szög értékét, újból kialakul egy parciális szinkronállapot. $\alpha = 180°$ esetén a szinkronizációs rendparaméter egy újabb lokális maximumot mutat, ami kisebb azonban az $\alpha = 0°$ esetben kapott értéknél. Ennek magyarázata az, hogy az elforgatási szög növelésével a metronómok ingája (és ezáltal az óramű impulzusainak a támadási pontja) mind közelebb és közelebb kerül a korong középpontjához, ami a csatoló forgatónyomaték csökkenéséhez vezet. Azonnal adódik tehát egy harmadik lehetőség is a csatolási állandó értékének a változtatására: az $\alpha = 0°$ szöget megtartva változtatjuk a metronómok távolságát a korong középpontjához viszonyítva. Ilyen esetben azonban ugyanaz a probléma adódik, amivel a standard frekvencia változtatásánál szembesültünk. A csatolás erőssége nem csökkenthető tetszőlegesen kis értékre, ugyanis a korongon a metronómok nem helyezhetőek tetszőlegesen közel egymáshoz.

A **9. ábrán** bemutatott eredményeknél érdemes felfigyelnünk ezen rend–rendezetlenség típusú átalakulás „véges-méret" effektusaira is. Ahogy ezt a Kuramoto-modell esetén érzékeltettük (lásd a **3. ábrát**), minél nagyobb a rendszerünk, annál meredekebben szűnik meg a parciális szinkronállapot a kritikus csatolás környékén. A **9. ábra** jól tükrözi ezt N = 2, 3 és 6 metronóm esetére.

Két metronómmal játszadozva a rend és rendezetlen állapotok viszonylagos egyszerűségét, illetve komplexitását meggyőzően szemléltethetjük az egyik metronóm (legyen ez az A metronóm) fázisát (θ_A) a másik metronóm (nevezzük ezt B metronómnak) fázisának (θ_B) a függvényében ábrázolva. Az $\alpha = 0$ parciálisan szinkronizált esetben a 10. ábrán szemléltetett pontsokaságot kapjuk. Ezen pontok arra utalnak, hogy a két metronóm fázisa között egy egyszerű lineáris kapcsolat van ($\theta_B \sim \theta_A$). Ezzel ellentétben $\alpha = 90°$ esetén az egész $\{\theta_A, \theta_B\}$ állapotteret betöltő fraktálszerű struktúrát kapunk, ami a két oszcillátor dinamikájának a komplexitására, kaotikusságára utal.

A Millenniumi híd problémája

Egy régi történettel kezdtünk, befejezésképpen a témához kapcsolodó viszonylag új történettel fogunk zárni. A metronómok esetén tapasztalt érdekes kollektív viselkedés egy izgalmas megnyilvánulásának lehettünk tanúi a Londonban épült Millenniumi gyalogoshíd felavató ünnepségén. 2000 júniusában, a felavató ünnepség után, számottevő tömeg indult meg az új hídon, hogy elsőként kelhessen át rajta a Temze folyó felett. Amint ezt egy amatőr filmfelvételen megörökítették [10], a hídon áthaladó emberek lépteinek egy érdekes, spontán szinkronizációja alakult ki, és ugyanakkor a hídnak egy jól észrevehető vízszintes-síkbeli kilengése indult meg. A hídon levő járókelők utólagos beszámolója szerint, elég ijesztő jelenség volt: ha haladni akartak, akkor feltétlenül igazodniuk kellett a sokaság ritmusához, ellenkező esetben elestek volna. A híd oldalirányú kilengése megnőtt és az ezzel járó hangok sem voltak túl biztatóak, szerencsére azonban baleset nem történt. A hidat az incidens után azonnal lezárták, és a mérnökök nekiláttak a tervezési hiba okának a felkutatásához. A jól ismert rezonancia jelensége teljesen kizártnak tűnt, ugyanis a modern számítógépes tervezések során ennek megjelenését automatikusan kizárták. A Millenniumi hídon bekövetkezett kollektív viselkedésnek a magyarázata azonban nyilvánvaló az általunk tárgyalt spontán szinkronizáció szemszögéből. A hídon lépkedő emberek bizonyos értelemben egy fizikai ingának tekinthetők, ugyanis súlypontjukat periodikusan mozgatják. Mivel a hídnak a tervezők megengedtek egy oldalirányú kilengést, akárcsak a platformra rakott metronómok esetén, ez a kilengés csatolja az oszcillátorok fázisait és spontán szinkronizációt eredményezhet. Metronómjaink segítségével könnyen és látványosan szemléltethetjük ezt a jelenséget, ha a metronómokat egy hídszerűen felfüggesztett platformra helyezzük (az **5b. ábrán** szemléltetett módon). Egymáshoz közeli sajátfrekvenciák esetén kialakul a spontán szinkronizáció, és jól követhető a platform oldalirányú kilengése (lásd a kísérletről készített videót [11]). A hídon bekövetkezett spontán szinkronizáció kiküszöbölésére a megoldás az eddig tanultak szemszögéből kézenfekvő volt: a csatolás erősségét kellett csökkenteni azáltal, hogy erősebben csillapították az oldalirányú kilengéseket. A problémát ezzel megoldották, és hasonló jelenséget azóta nem észleltek a hídon. A XVII. század közepén a Huygens által felfeledezett ingaórák „furcsa szimpátiája" a XXI. század mérnök-tudományának egy izgalmas problémájára ad tehát magyarázatot és megoldást.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS. A kutatás az Európai Unió és Magyarország támogatásával a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú „Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program" című kiemelt projekt keretei között valósult meg.

IRODALOM

[1] C. Huygens, *Letter to de Sluse, in Oeuveres Completes de Christian Huygens* (levelek; no. 1333 of 24 February 1665, no. 1335 of 26 February 1665, no. 1345 of 6 March 1665), (Societe Hollandaise Des Sciences, Martinus Nijhoff, La Haye, 1893).
[2] S. H. Strogatz, *Sync: How Order Emerges From Chaos In the Universe, Nature, and Daily Life* (Hyperion, New York, 2004).
[3] A. Pikovsky, M. Rosenblum and J. Kurths; *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
[4] A. T. Winfree. *Biological rhythms and the behavior of coupled oscillators*. J. Theor. Biol., pages 15,16, 1967.
[5] Y. Kuramoto and I. Nishikawa. *Statistical macrodynamics of large dynamical systems. Case of a phase transition in oscillator communities*. J. Stat. Phys, 49(4): 569, 1987.
[6] B. Tyukodi Sz. Boda, Z. Néda and A. Tunyagi. *The rhythm of coupled metronomes*. Eur. Phys. J. B, 86:263(1–9), 2013.
[7] J. Pantaleone. *Synchronization of metronomes*. Am. J. Phys., 70:9921000, 2002.
[8] Sz. Boda. *Forgó korongra helyezett metronómok szinkroniációja, videó:* http://www.youtube.com/watch?v=TINJ4riV55s&feature=youtu.be.
[9] Sz. Boda. *Forgó korongon levő metronómok komplex dinamikája ha a korongon levő elforgatási szög, videó* http://www.youtube.com/watch?v=0g1ClWqt8k-8&feature=youtu.be.
[10] *A millenniumi híd története, videó:* http://www.youtube.com/watch?v=eAXVa_XWZ8.
[11] Z. Néda. *A Millenniumi hídon tapasztalt szinkronizáció modellezése metronómokkal, videó*: http://www.youtube.com/watch?v=OkeB3D98bkM.

A KÁOSZ TERMÉSZETE cikksorozatunk

A Természet Világában 2002-ben és 2003-ban különféle tudományterületek kutatói 22 írásban mutatták be a káosz természetét. A cikkek elolvashatók a folyóirat honlapján: www.termeszetvilaga.hu